

TEXTO AUXILIAR 3

CONTINUANDO O TRATAMENTO DE DADOS

Vamos agora continuar a discutir o tratamento de dados experimentais que foi iniciado no Texto 2. A bibliografia recomendada é a mesma citada anteriormente⁵.

1. ALGUMAS IDÉIAS SOBRE ERROS E ESTATÍSTICA

No Texto Auxiliar 2 do Módulo I, observamos que ao realizar uma experiência estamos sempre sujeitos a erros. Começaremos agora a discussão de como tratar estes erros. Temos num trabalho de laboratório dois tipos de erros. Um deles é o chamado *erro sistemático*, exemplificado em medidas feitas com um aparelho mal calibrado. Este erro é muito difícil de ser detectado, e, mais ainda, de ser estimado. E é também um erro que (quase sempre) introduz um desvio na mesma direção em todos os dados — por exemplo, se o zero da balança está na realidade correspondendo a 200g, todas as medidas feitas terão 200g a mais. Na nossa discussão não se fará referência a este tipo de erro.

Um outro tipo de erro é o *erro aleatório* ou *estatístico*. Este erro provém de imprecisões experimentais, ou da natureza intrinsecamente estatística do fenômeno observado. Este tipo de erro pode ser tratado por meio da utilização de conceitos de estatística. *Este tratamento estatístico é o nosso assunto.*

Podemos discutir as incertezas provenientes dos erros aleatórios fazendo uma analogia simples — entre o processo de medida experimental e uma pesquisa de opinião. O que o experimentador faz é colher uma amostra de dados que ele espera que reproduza as características gerais do fenômeno a ser descrito — assim como uma pesquisa de opinião recolhe as opiniões de um conjunto restrito de pessoas, esperando que este conjunto reproduza a população em geral.

⁵ Este texto baseia-se fundamentalmente em dois outros textos: a seção 4.2 do livro de W.R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer Verlag, e o capítulo 1 do livro de L. Lyons, *Statistics for Nuclear and Particle Physicists*, Cambridge University Press.

Da mesma maneira que numa pesquisa de opinião, repetir a experiência (fazer as perguntas) um número infinito de vezes (toda a população envolvida) é algo impensável. Assim, sem conhecer o valor verdadeiro de uma grandeza (a opinião da população a respeito de um assunto) estimamos um valor esperado para esta grandeza a partir de uma amostragem menor.

Temos então dois problemas: o primeiro se refere a como obter um valor experimental a partir de um conjunto de dados repetidos — na pesquisa de opinião, encontrar a resposta à pergunta feita (por exemplo qual a idade média de uma população). O segundo é como, a partir da amostragem obtida e analisada, relacionar estes valores obtidos com os valores verdadeiros da medida feita — em termos da pesquisa de opinião, saber qual a probabilidade de que o número médio que encontramos com a nossa amostragem restrita reproduza o número médio real do universo desejado.

Vamos nos preocupar por enquanto com a solução apenas da primeira parte deste problema — como obter um valor experimental a partir de uma amostragem, mas ter em mente sempre a segunda parte — saber qual a relação entre o número obtido em nossa amostragem e o número que obteríamos com todos os dados possíveis.

No laboratório, fizemos uma experiência: cada um dos alunos do curso mediu um certo número de vezes o período de um pêndulo com um cronômetro. Foi observado que com o cronômetro (medindo centésimos de segundo) era muito pouco provável a repetição (encontrar o mesmo número) da medida. Estas medidas diferentes são o resultado de muitos pequenos fatores, não controláveis pelo observador, e que podem mudar de uma medida para a outra: dificuldade em definir o instante exato em que o pêndulo está no máximo de sua amplitude, demorar para apertar o botão do cronômetro, ou apertá-lo rapidamente demais, etc. Todos estes fatores são fontes de *erro instrumental* — e o observador faz parte do instrumento de medida! Quanto menos flutuações existirem, mais precisa (não necessariamente mais acurada) é a nossa medida.

Mas qual é então o valor da medida experimental do período do pêndulo? Para descobri-lo, vamos analisar os resultados obtidos. Podemos representar as medidas fazendo um *histograma* dos resultados. Um histograma é uma representação gráfica na qual colocamos como abscissa o valor medido (ou uma faixa de valores medidos) e no eixo das ordenadas indicamos a frequência, ou a frequência relativa, com a qual este valor ocorre (ou aquela faixa de valores ocorre). Isto é, se fazemos 100

vezes uma medida, e em 40 vezes ocorre um certo valor, a frequência deste resultado é $40/100$ ou $0,4$ (40%). No histograma não indicamos pontos, mas sim umas barrinhas para indicar a região dos valores correspondente à frequência.

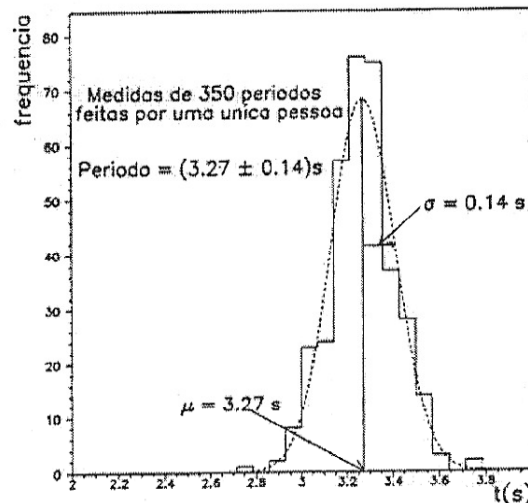


Figura 1: Medidas do período de um pêndulo.

À medida que fazemos mais medidas, este histograma vai tomando a forma de uma curva. A esta curva damos o nome de uma *distribuição*, pois ela representa uma *distribuição de probabilidades*. Algumas formas que esta curva assume se repetem muito; em particular, em quase todos os casos que os erros são instrumentais, esta curva pode ser descrita por uma função particular, a *função gaussiana* — que discutiremos a seguir.

2. MAIS ESTATÍSTICA: DISTRIBUIÇÕES, MÉDIAS, DESVIO PADRÃO, E ASSUNTOS AFINS

Em geral o problema com o qual nos defrontamos é como, a partir de uma distribuição de probabilidade, obter o valor mais provável de uma grandeza. No nosso caso, como a partir do histograma da Figura 1 (350 medidas do período de um pêndulo) pode-se chegar à afirmativa de que o valor experimental é $(3,27 \pm 0,14)s$.

Vamos imaginar uma situação abstrata. Existe uma função teórica, chamada *função densidade de probabilidade*, $P(x)$,

que descreve a densidade de probabilidade de que ao fazer uma experiência obtenhamos o valor x como resultado da grandeza a ser medida. Neste caso, dizemos que a variável (a grandeza medida) está *distribuída* segundo $P(x)$. Por exemplo, a nossa medida imaginária é constituída do lançamento de um dado e observação do número que aparece na face do dado voltada para cima. Neste caso, idealmente, a distribuição $P(x)$ tem um valor constante para cada um dos seis valores possíveis, $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, e igual a $\frac{1}{6}$, porque a probabilidade de sair cada um dos valores é a mesma. E a soma das probabilidades dá 1. (Se fizermos uma experiência real com um dado, não necessariamente esta distribuição dará uma constante, mas esperamos que se fizermos um número extremamente grande de medidas este valor tenda à distribuição constante! Tente você mesmo construir esta distribuição a partir de medidas.)

Para saber a probabilidade que a grandeza assuma um valor x_i , simplesmente calculamos $P(x_i)$, o valor de $P(x)$ em $x = x_i$; neste caso, temos o que chamamos de uma grandeza discreta (que assume apenas valores discretos da variável). Para o caso em que a nossa variável é contínua, temos que a probabilidade de encontrar a variável com valor x ou muito próximo de x , o que escrevemos como "entre x e $x + dx$ " (dx é um número pequeno comparado a x), é dada por $P(x) dx$. Em termos concretos, a probabilidade de obtermos a variável entre dois valores conhecidos, x_1 e x_2 , é dada por

$$\int_{x_1}^{x_2} P(x) dx ;$$

o significado desta expressão está indicado na Figura 2: é o valor da área (hachurada) sob a curva $P(x)$ entre os valores de x_1 e x_2 . A interpretação desta expressão é óbvia no caso em que a nossa distribuição está representada ainda por um histograma!

A densidade de probabilidade deve ser normalizada, isto é, se somarmos todas as probabilidades encontraremos o valor 1. Se a nossa densidade de probabilidade é representada por $P(x)$, esta soma é expressa matematicamente pela expressão

$$\int P(x) dx = 1$$

indicando que a área sob todos os valores possíveis da medida é um (ou que a soma de todos os $P(x)$ para todos os possíveis x é 1).

O *valor médio* da nossa grandeza é a média dos valores obtidos. No caso em que estamos descrevendo o resultado de uma experiência, um valor que tenha sido medido mais

vezes terá mais peso (uma maior importância) para o cálculo desta média do que um que tenha sido medido pouquíssimas vezes. E isto, este peso relativo da importância de cada medida, é o que está representado na curva de distribuição de probabilidade — $P(x)$ representa o peso na média que tem o valor x .

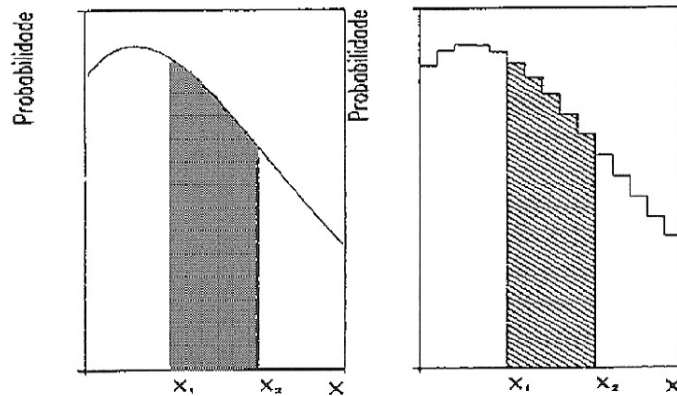


Figura 2: Probabilidade de obtenção da variável x entre x_1 e x_2 para uma curva contínua e para um histograma.

Podemos expressar esta idéia matematicamente. O valor médio, $\bar{x}$ ou $\langle x \rangle$, para o caso em que temos N medidas x_i ($i = 1, 2, \dots, N$) (medidas discretas), é escrito como

$$\bar{x} = \langle x \rangle = \sum_{i=1}^N P(x_i) x_i$$

A expressão equivalente a esta no caso em que a distribuição é contínua, isto é, quando a variável pode tomar qualquer valor real numa certa região é

$$\bar{x} = \langle x \rangle = \int x P(x) dx$$

Mais uma vez, vemos que $P(x)$ representa o peso que cada um dos valores assume para o cálculo do valor médio. É claro que com as fórmulas que escrevemos acima, a distribuição de probabilidade deve estar normalizada, isto

é, ter soma 1, para que não seja necessária a divisão pelo total de medidas. O conhecimento do valor médio da grandeza medida não basta. Com apenas esta informação, você não é capaz de discernir que tipo de medida foi feita, o que acontecerá se você a repetir, etc. Você não saberá dizer se a distribuição de probabilidades é simétrica, se é muito "larga" (isto é, se a faixa de valores medidos é grande), etc. Assim, costumamos definir outras grandezas associadas à distribuição de probabilidades. Uma delas, e que nos interessa fortemente, é a *variância*. Em termos matemáticos formais, ela é descrita, no caso de uma grandeza discreta, por

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 P(x_i)$$

Ou seja, é a média de $(x_i - \bar{x})^2$ — ou ainda, uma média de quanto o valor medido se desvia (quadraticamente) do valor médio. Quando a nossa grandeza é contínua, este valor fica

$$\sigma^2 = \langle (x - \bar{x})^2 \rangle = \int (x - \bar{x})^2 P(x) dx$$

O que chamamos de *desvio padrão* é a raiz quadrada da variância. Podemos demonstrar que

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

Uma última observação diz respeito ao que esta variância, ou o desvio padrão, representam para uma distribuição: dão uma indicação de se a nossa curva de distribuição de probabilidade é larga ou estreita.

Uma das distribuições mais importantes é a chamada *distribuição gaussiana* ou *normal*. Ela é uma curva simétrica e contínua, na forma de um "sino", que tem a seguinte expressão matemática:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Esta função está expressa em termos de dois parâmetros: μ , seu valor médio, e σ^2 , a sua variância. Demonstre que usando as expressões acima a média é μ e a variância é σ^2 !

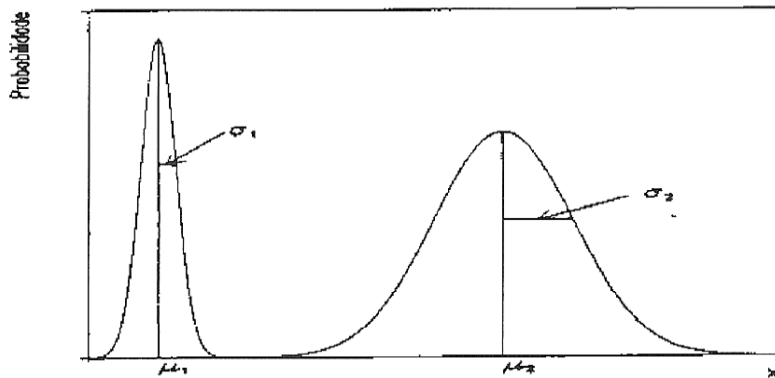


Figura 3: Distribuições gaussianas com diferentes valores para média e variância.

Antes de prosseguirmos, faça a troca de variáveis $(x - \mu)/(\sigma) = y$. Veja como a expressão acima se reduz a uma forma mais familiar,

$$P(x) = \alpha e^{-y^2}$$

onde α é uma constante (que é definida a partir da exigência de normalização de $P(x)$).

Vamos agora ver a forma que esta distribuição assume. Na Figura 3, mostramos duas distribuições gaussianas. Da figura, observa-se que o valor mais provável (o valor para o qual $P(x)$ é máximo) corresponde ao valor médio, pois a distribuição gaussiana é simétrica em torno da média. Vemos também que a variância define se a forma de sino é muito ou pouco larga.

O valor médio no caso corresponde ao pico da distribuição, isto é, ao valor mais provável, pois a gaussiana é simétrica em torno de μ . O valor de σ corresponde ao ponto em que a função $P(x)$ assume o valor de cerca de 60% de seu valor máximo — aproximadamente a metade da largura na meia altura da distribuição. (Verifique estas afirmações, fazendo $\mu = 0$, para simplificar os cálculos, e tomando a razão

$P(\sigma)/P(0))$.

Além disso — e este é o ponto que nos interessa — podemos verificar que a probabilidade que a variável assuma um valor entre a média menos um desvio padrão, $\mu - \sigma$, e a média mais um desvio padrão, $\mu + \sigma$, é de 68,3%; para a região entre $\mu - 2\sigma$ e $\mu + 2\sigma$ é de 95,5%, e para a região entre $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$ é de 99,7%. Ou

$$\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} P(x)dx = 0.683; \int_{\mu-2\sigma}^{\mu+2\sigma} P(x)dx = 0.955; \int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} P(x)dx = 0.997$$

O significado destas afirmações pode ser visualizado através das curvas da Figura 4.

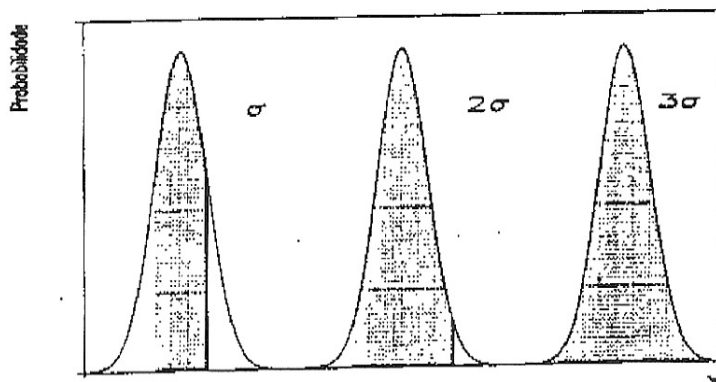


Figura 4: As áreas entre os limites $\mu \pm \sigma$, $\mu \pm 2\sigma$, e $\mu \pm 3\sigma$

3. INCERTEZAS EXPERIMENTAIS

Podemos então agora discutir o que significa dizer que o período do pêndulo vale $(3,27 \pm 0,14)s$.

Quando repetimos uma medida experimental um grande número de vezes, obtemos um resultado cuja distribuição (quase sempre) é uma distribuição gaussiana⁶.

Costuma-se dizer então que o resultado desta medida corresponde ao valor médio da distribuição obtida, e que a sua incerteza corresponde ao desvio padrão da distribuição. Observe que não é necessário que o valor médio obtido experimentalmente, usando apenas uma amostragem do

⁶ O teorema do limite central a ser discutido em cursos posteriores de Física Experimental vai precisar com mais clareza algumas das afirmações feitas aqui; você pode ler sobre o assunto nas referências citadas.

total (que se poderia fazer...) de medidas, seja o valor médio "teórico", ou valor verdadeiro da grandeza. Desta maneira, o desvio padrão medido (que é calculado como o desvio em torno da média) é apenas aproximado em relação à "distribuição teórica".

Quando então citamos um resultado experimental como sendo

$$x \pm \delta x$$

estamos precisamente informando o seguinte:

a repetição da experiência um número muito grande de vezes nos dará como valor médio da grandeza o valor x ; e existe uma probabilidade de 68,3% de que a repetição da medida forneça um resultado entre os valores de $x - \delta x$ e $x + \delta x$, e uma probabilidade de 99,7% ($\cong 100\%$!) de que a medida forneça um resultado entre $x - 3\delta x$ e $x + 3\delta x$.

O quanto estes dois valores, x e δx , correspondem aos valores "verdadeiros" $\langle x \rangle$ e σ — é um outro problema.

4. MEDIDAS INDIRETAS

Até agora, estivemos pensando apenas na realização de uma medida direta, isto é, na obtenção de um resultado puro e simples. Mas inúmeras vezes nos defrontamos com a questão de obter um resultado que depende de um outro — por exemplo, esperamos o nosso pêndulo oscilar 50 vezes e medimos o intervalo de tempo para estas 50 oscilações; ou medimos deslocamentos em intervalos de tempo e queremos a velocidade; ou...

A partir da compreensão do que é a incerteza associada a uma medida, podemos estender a discussão anterior para o caso de uma *medida indireta*

— isto é, para o caso em que queremos medir uma variável f que é obtida a partir da medida direta de uma outra grandeza x que se relaciona com f através de

$$f = f(x)$$

Na Figura 5, temos uma ilustração desta dependência.

Podemos ver da figura como observar a incerteza em f devida à incerteza em x . Suponhamos que obtivemos, numa medida da variável x — por exemplo, a posição do carrinho no trilho de ar — o valor $x_1 \pm \delta x_1$. Se este resultado expressa o fato que ao medirmos x temos 99,7% de probabilidade de encontrar o valor medido entre $x_1 - 3\delta x_1$ e $x_1 + 3\delta x_1$, então, olhando para a figura, temos praticamente 100% de probabilidade de encontrar o valor

de $f(x)$ entre $f_1 - 3\delta f_1$ e $f_1 + 3\delta f_1$. Se δx_1 for suficientemente pequeno, podemos aproximar $f(x)$ por uma reta nas vizinhanças de x_1 — pela reta tangente a $f(x)$ pelo ponto x_1 , neste caso, a medida de δf_1 é imediata (olhe para a figura!):

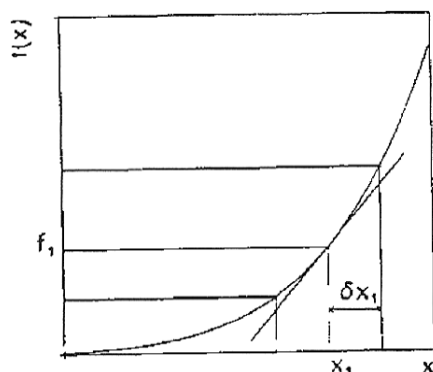


Figure 5: Ilustração da "propagação do erro" de uma medida direta para uma medida indireta $f(x)$.

$$\delta f_1 \simeq \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x_1} \delta x_1$$

O que queremos dizer é que a inclinação da tangente à curva no ponto x_1 (que é o valor da derivada no ponto x_1) corresponde a $\frac{\delta f_1}{\delta x_1}$.

O ponto crucial nesta "propagação de erro" é observar que é necessário que δx_1 seja pequeno para que possamos aproximar uma curva qualquer por uma reta.

Com isso, sabemos como calcular a incerteza no caso em que a dependência funcional é muito simples. Por exemplo, se medimos um intervalo de distância Δx no trilho de ar e obtemos o valor $L \pm \delta L$, e queremos saber a velocidade média neste trecho, sabendo que o intervalo de tempo é T (tomado como sendo um número, sem incerteza associada), temos que o valor da velocidade média e sua incerteza são

$$v = \frac{L}{T} \quad , \quad \delta v = \frac{\delta L}{T}$$

Tente obter esta expressão!

5. COMPOSIÇÃO DE ERROS

Na maior parte dos casos no laboratório, o resultado de uma experiência é dada em termos de duas ou mais medidas independentes. O problema que temos agora é como combinar os erros em cada uma das medidas para saber o erro no nosso resultado.

Este problema se coloca imediatamente na discussão do exemplo anterior. Na verdade, a medida da distância do exemplo anterior é a composição da diferença de duas medidas de posição, como é feito no laboratório. Assim, no caso de uma grandeza

$$y = a - b$$

quanto valerá δy ?

Neste caso, y depende linearmente de a (a derivada de y em relação a a , tratando b como uma constante, é 1), e depende também linearmente de b (a derivada de y em relação a b , tratando a como uma constante, é -1). É bom ressaltar que as medidas de a e de b são independentes, ou seja, o fato de se obter um valor para a não afeta em nada o valor que se pode obter para b . Assim, as contribuições para δy devido às incertezas em a e b provêm de dois termos, δa e δb , apenas. Note que abandonamos o sinal de menos na contribuição do erro de b .

Como somamos estas duas contribuições? Mostramos na Figura 6 as várias possibilidades de soma, numa representação gráfica esquemática (não estamos trabalhando com vetores, mas com números!).

Observamos que a hipótese de subtrair as contribuições é claramente não indicada: poderíamos ter duas grandezas com incerteza não nula fornecendo uma grandeza composta das duas com incerteza nula, o que claramente violaria os conceitos de desvio padrão, incerteza, etc, discutidos anteriormente.

A hipótese de simplesmente somar as duas contribuições também não é adequada. Imaginemos que façamos a medida de a e b obtendo os valores médios $\bar{a}$ e $\bar{b}$ com as incertezas (desvio padrão) δa e δb . Isto significa que há uma probabilidade de 31.7% de obtermos uma medida de a fora do intervalo que vai de $\bar{a} - \delta a$ até $\bar{a} + \delta a$ e, de forma independente, a mesma probabilidade de que a medida de b esteja fora do intervalo ($\bar{b} - \delta b$, $\bar{b} + \delta b$). Supondo uma distribuição gaussiana para as medidas, que são independentes, podemos calcular a probabilidade de que a diferença $a - b$ se encontre fora do intervalo que vai

de $(\bar{a}-\bar{b}) - (\delta a + \delta b)$ até $(\bar{a}-\bar{b}) + (\delta a + \delta b)$. Caso esta probabilidade seja também 31.7% a incerteza da diferença seria a soma das incertezas. Embora este cálculo possa ser realizado ele envolve integrações numéricas e não será apresentado aqui. Podemos, entretanto, fazer uma avaliação para o caso em que $\delta a = \delta b$ e mostrar que a probabilidade é menor que 16%, o que nos permita concluir que esta hipótese não é aceitável.

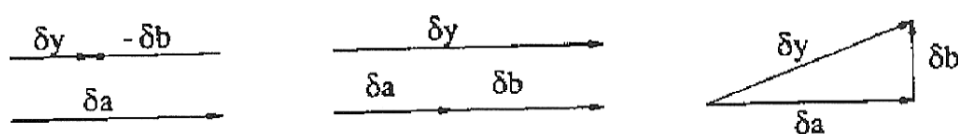


Figure 6: Diagramas ilustrando as possibilidades de soma de δa e δb .

Esta discussão muito simples (e não totalmente correta) remete ao conceito de *correlação*, ou independência entre as medidas das grandezas. Para duas grandezas independentes, a forma de combinar as incertezas corresponde a fazer uma "soma pitagórica":

$$y = a - b \Rightarrow \delta y^2 = \delta a^2 + \delta b^2.$$

Podemos fazer esta demonstração neste caso particular usando a idéia de que o desvio padrão é a raiz quadrada da variância da distribuição, e que a variância é a média do quadrado dos desvios entre os valores medidos e a média desses valores (volte a pensar na seção 2!). Assim, chamando $\delta a = \sigma_a$, $\delta b = \sigma_b$ e $\delta y = \sigma_y$, onde $y = a - b$, temos

$$\sigma_y^2 = \langle (y - \bar{y})^2 \rangle = \langle [(a - b) - (\bar{a} - \bar{b})]^2 \rangle$$

onde apenas substituímos a definição de variância usando a notação de médias, e fizemos a substituição $y = a - b$ e $\bar{y} = \bar{a} - \bar{b}$. Expandindo a expressão acima e abrindo-a,

$$\sigma_y^2 = \langle (b - \bar{b})^2 \rangle + \langle (a - \bar{a})^2 \rangle - 2 \langle (a - \bar{a})(b - \bar{b}) \rangle$$

O primeiro termo do lado direito é a variância de b ; o segundo, a variância de a . O terceiro termo é um chamado "termo de covariância", que no caso em que os erros não estão correlacionados é exatamente zero (discutiremos estes conceitos em cursos mais avançados de física experimental). Assim.

$$\sigma_y^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2$$

que é a expressão que relaciona a incerteza quando a variável desejada é uma diferença de duas grandezas independentes medidas.

6. COMPONDO ERROS, FINALMENTE

Acontece que nem todos os casos que vamos encontrar correspondem a somas ou diferenças de grandezas. Muitas das medidas que vamos fazer implicam em relações mais complexas entre as variáveis medidas.

Não vamos escrever agora como se faz a composição dos erros de uma maneira formal. Mas vamos lembrar o processo, no caso em que medimos x , y , z ,... e queremos obter o valor experimental de $f(x, y, z, \dots)$. Supomos que as medidas são independentes.

Primeiro: devemos ver como cada uma das variáveis envolvidas influi em f . Isto é, como uma pequena variação em x , mantendo y , z ,... como se fossem números constantes, faz f variar. Isto corresponde, se a incerteza em x é pequena, basicamente a tomar a derivada de f em relação a x , mantendo todas as outras variáveis constantes (esta operação é chamada matematicamente de fazer a derivação parcial de f em relação a x).

Segundo: devemos somar cada uma dessas contribuições quadraticamente para obter o valor do quadrado da incerteza de f .

E só.

Mostramos na tabela a seguir alguns casos particulares que serão usados nas próximas aulas.

A maneira geral de calcular a incerteza em uma função $f(x, y, \dots)$ (quando as variáveis não são correlacionadas), é dada por uma expressão de aparência complicada,

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y \right)^2 + \dots$$

Todas as expressões mostradas na tabela podem ser obtidas desta.

função	incerteza
$f = x + y$	$\sigma_f^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
$f = x - y$	$\sigma_f^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
$f = a x$ (a constante)	$\sigma_f^2 = (a \sigma_x)^2$
$f = a x + b y$ (a, b constantes)	$\sigma_f^2 = (a \sigma_x)^2 + (b \sigma_y)^2$
$f = x y$	$\frac{\sigma_f^2}{f^2} = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
$f = x^2$	$\sigma_f^2 = (2 x \sigma_x)^2$
$f = \frac{x}{y}$	$\frac{\sigma_f^2}{f^2} = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$

7. APRESENTANDO O RESULTADO: COMO ARREDONDAR?

Um último comentário, que é a resposta a uma dúvida muito freqüente no laboratório (e na sala de aula). Com quantos algarismos significativos apresentamos um resultado experimental?

Vamos sugerir uma regrinha básica. O número de algarismos a ser mantido num resultado numérico é determinado pelo erro naquele resultado. Por exemplo, suponhamos que na nossa medida do período τ do pêndulo

tenhamos encontrado a média $\bar{\tau} = 3,27307s$ e o desvio padrão $\sigma = 0,1405s$. O valor do erro σ nos diz que o resultado está incerto já na primeira casa decimal, e portanto nenhum dos algarismos a seguir tem sentido. Logo, o resultado deve ser arredondado para ser coerente com o erro apresentado. Entretanto é bom lembrar que o número de algarismos significativos depende da base de numeração utilizada ao se representar o valor da medida. Embora a base 10 seja correntemente usada por todos nós, os instrumentos de cálculo, calculadoras e computadores, costumam trabalhar com outras bases - em geral a hexadecimal - o que faz com que o número de algarismos significativos realmente utilizados não seja, necessariamente, o que você imagina.

O arredondamento de erros também se aplica ao caso de erros calculados. Apenas o primeiro algarismo significativo em geral tem sentido, é óbvio. No caso de nosso pêndulo, ficamos então com o resultado apresentado, $\sigma = 0,1s$.

635	964	1044
635	966	1054
666	967	1057
714	967	1058
723	968	1066
723	968	1068
746	970	1076
758	970	1080
760	971	1080
775	973	1080
775	975	1080
798	975	1084
800	975	1091
800	975	1092
800	975	1093
833	976	1094
833	977	1110
837	980	1130
854	980	1180
860	982	1200
864	982	1203
874	983	1217
875	983	1280
876	984	1346
890	985	
893	987	
893	988	
896	988	
899	989	
900	989	
900	990	
908	991	
908	991	
912	992	
913	996	
917	996	
917	996	
921	1000	
922	1000	
929	1000	
931	1000	
931	1000	
932	1000	
933	1000	
934	1000	
935	1000	
937	1000	
938	1000	
939	1005	
944	1013	
944	1013	
948	1015	
950	1015	
950	1017	
950	1019	
950	1019	
952	1025	
953	1027	
955	1030	
957	1031	
958	1032	
960	1032	
960	1032	
960	1034	
961	1034	
961	1037	
961	1040	
962	1040	
963	1043	